2023年度
情報経営イノベーション専門職大学
入学者選抜試験 一般入試B日程

数 学

注 意 事 項

1. 試験時間は60分。
2. 試験開始の合図があるまで問題冊子を開かないこと。
3. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁、乱丁、解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を高く挙げて監督者に知らせること。
4. 解答用紙には、解答欄以外に受験番号等の記入欄があるので、監督者の指示に従って、それぞれ正しく記入すること。
5. 解答は解答用紙の問題に対応した解答欄にマークすること。
6. 問題冊子は持ち帰らないこと。
7. 試験終了まで退出しないこと。

1　次の各空欄 $\boxed{\text{ア}}$ ～ $\boxed{\text{カ}}$ に入る最も適切なものを、それぞれ①～⑤のうちから一つずつ選びなさい。

問１　実数 $x\,(x>2)$ に関する式 $\sqrt{2x-2\sqrt{x^2-4}}$ を簡単な式に変形すると、$\boxed{\text{ア}}$ である。

①　$\sqrt{x-2}-\sqrt{x+2}$　　②　$\sqrt{x+2}-\sqrt{x-2}$　　③　$\sqrt{x-2}+\sqrt{x+2}$

④　$\sqrt{2}$　　⑤　$\sqrt{-2}$

問２　2次方程式 $x^2-2(2k-1)x+5k^2-4=0$ に関して、

条件 A：異符号の解を持つ

条件 B：2つの負の解を持つ

が成り立つためには、定数 k の値がそれぞれ $\boxed{\text{イ}}$ の範囲である必要がある。

①　条件 A：$k<-\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$, $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}<k$、条件 B：$\dfrac{2\sqrt{5}}{5}<k<1$

②　条件 A：$k<-\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$, $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}<k$、条件 B：$-5<k<-\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

③　条件 A：$-\dfrac{2\sqrt{5}}{5}<k<\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$、　条件 B：$\dfrac{2\sqrt{5}}{5}<k<1$

④　条件 A：$-\dfrac{2\sqrt{5}}{5}<k<\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$、　条件 B：$-5<k<-\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

⑤　条件 A：$-\dfrac{2\sqrt{5}}{5}<k<\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$、　条件 B：$k<-5$, $-\dfrac{2\sqrt{5}}{5}<k$

問３　a と x を実数としたとき、2 つの数 $P=(a+1)x^2+a$ と $Q=x^2-2ax$ の大小関係は、$\boxed{\text{ウ}}$ である。

① $a=0$ または $x=-1$ のとき $P=Q$

$a<0$ かつ $x\neq-1$ のとき $P>Q$

$a>0$ かつ $x\neq-1$ のとき $P<Q$

② $a=0$ または $x=-1$ のとき $P=Q$

$a<0$ かつ $x\neq-1$ のとき $P<Q$

$a>0$ かつ $x\neq-1$ のとき $P>Q$

③ $a=0$ または $x=1$ のとき $P=Q$

$a<0$ かつ $x\neq1$ のとき $P>Q$

$a>0$ かつ $x\neq1$ のとき $P<Q$

④ $a=0$ または $x=1$ のとき $P=Q$

$a<0$ かつ $x\neq1$ のとき $P<Q$

$a>0$ かつ $x\neq1$ のとき $P>Q$

⑤ $a=0$ または $x\neq1$ のとき $P=Q$

$a<0$ かつ $x=1$ のとき $P>Q$

$a>0$ かつ $x=1$ のとき $P<Q$

問４　$8!$ の正の約数の個数は、$\boxed{\text{エ}}$ 個である。

① 48　　② 72　　③ 96　　④ 120　　⑤ 144

問５　命題 P、Q、R を以下のように定義する。

P：$(x-a)(y-b)=0$

Q：$x=a$ かつ $y=b$

R：$x=a$ または $y=b$

このとき、Q および R はそれぞれ P に対して、$\boxed{\text{オ}}$。

①　Q は P であるための必要条件であるが十分条件ではなく、
R は P であるための十分条件であるが必要条件ではない

②　Q は P であるための十分条件であるが必要条件ではなく、
R は P であるための必要条件であるが十分条件ではない

③　Q は P であるための必要条件であるが十分条件ではなく、
R は P であるための必要十分条件である

④　Q は P であるための十分条件であるが必要条件ではなく、
R は P であるための必要十分条件である

⑤　Q は P であるための必要十分条件であり、
R は P であるための必要十分条件である

問６　三角形において、三辺の中線が交わる点、三辺の垂直二等分線が交わる点、３つの内角の二等分線の交点を、それぞれ$\boxed{\text{カ}}$という。

①　重心、内心、外心　　②　内心、外心、重心　　③　外心、内心、重心

④　重心、外心、内心　　⑤　内心、重心、外心

2

次の各空欄 $\boxed{\text{ア}}$ ～ $\boxed{\text{カ}}$ に入る最も適切なものを、それぞれ①～⑤のうちから一つずつ選びなさい。

周囲の長さが $2R(>0)$ である長方形の面積 S が最大になる場合を考える。ここで、長方形における横の長さを x とすると、縦の長さは $R-x$ となる。すると、縦の長さも横の長さも正の値でないといけないので、x の範囲は

$$0<x<R$$

となる。このとき、長方形の面積 S は以下のようになる。

$$\begin{aligned} S &= (R-x)x \\ &= -\left(x-\frac{R}{2}\right)^2+\frac{R^2}{4} \end{aligned}$$

よって、横の長さ $x=\dfrac{R}{2}$ のとき、長方形の面積 S が最大になり、その時の最大値は $\boxed{\text{ア}}$ となる。

次に、横の長さに上限 $a\ (0<a<R)$ が付加された場合を考える。すなわち x の範囲が

$$0<x\leqq a$$

の条件に変わったときの長方形の面積 S が最大になる場合を考える。

この場合、面積 S を表す2次関数の $\boxed{\text{イ}}$ が $0<x\leqq a$ の範囲に含まれるか否かで面積 S の最大値が変わる。$\boxed{\text{ウ}}<a$ の場合、横の長さ $x=\boxed{\text{ウ}}$ のとき、長方形の面積 S が最大になり、その時の最大値は $\boxed{\text{エ}}$ となる。また、$\boxed{\text{イ}}$ が $a\leqq\boxed{\text{ウ}}$ の範囲に含まれる場合は、横の長さ $x=\boxed{\text{オ}}$ のとき、長方形の面積 S が最大になり、そのときの最大値は $\boxed{\text{カ}}$ となる。

$\boxed{\text{ア}}$ の選択肢　① R^2　② $\frac{1}{4}R^2$　③ $\frac{3}{4}R^2$　④ R　⑤ $\frac{1}{2}R$

$\boxed{\text{イ}}$ の選択肢　① y 切片　② 頂点　③ 原点　④ 座標　⑤ 放物線

$\boxed{\text{ウ}}$ の選択肢　① R^2　② $\frac{1}{4}R^2$　③ $\frac{3}{4}R^2$　④ R　⑤ $\frac{1}{2}R$

$\boxed{\text{エ}}$ の選択肢　① R^2　② $\frac{1}{4}R^2$　③ $\frac{3}{4}R^2$　④ R　⑤ $\frac{1}{2}R$

$\boxed{\text{オ}}$ の選択肢　① $\frac{1}{4}a^2$　② $\frac{1}{2}a$　③ a　④ $2a$　⑤ $4a^2$

$\boxed{\text{カ}}$の選択肢　①　$R - a^2$　　②　$(R - a)a$　　③　$a^2 - aR + \frac{1}{4}R^2$

④　$\frac{1}{4}R^2$　　⑤　$\frac{3}{4}R^2$

3

次の各空欄 $\boxed{ア}$ ～ $\boxed{カ}$ に入る最も適切なものを、それぞれ①～⑤のうちから一つずつ選びなさい。

下図のような△ABC について考える。BC$=a$、CA$=b$、AB$=c$、∠A$=A$、∠B$=B$、∠C$=C$ とする。このとき、頂点 A から辺 BC に下ろした垂線の足を P とすると、BC＝BP＋PC であるから、∠B と∠C、b と c を使って

$$a=\boxed{ア}$$

と表せる。同様に、頂点 B から辺 CA に下ろした垂線の足を Q、頂点 C から辺 AB に下ろした垂線の足を R とする。このとき、それぞれ CA＝CQ＋QA、AB＝AR＋RB であるから、∠C と∠A、c と a、また、∠A と∠B、a と b をそれぞれ使って

$$b=\boxed{イ}$$

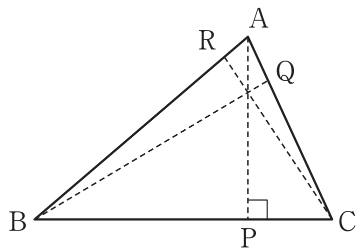
$$c=\boxed{ウ}$$

となる。これら 3 つの式から、∠A と 3 つの辺 a、b、c の関係を式で表すと

$$a^2=\boxed{エ}$$

となる。これを $\boxed{オ}$ 定理という。

この式を用いることで、例えば、∠B$=45°$、∠C$=60°$、$a=3\sqrt{2}+\sqrt{6}$、$b=2\sqrt{6}$、$c=6$ の場合、$\cos 75° = \boxed{カ}$ となる。



$\boxed{ア}$ の選択肢
① $a^2 \sin^2 A$　② $c \sin B + b \sin C$　③ $c \cos B + b \cos C$
④ $c \sin C + b \sin B$　⑤ $c \cos C + b \cos B$

$\boxed{イ}$ の選択肢
① $b^2 \sin^2 B$　② $a \sin C + c \sin A$　③ $a \cos C + c \cos A$
④ $a \sin A + c \sin C$　⑤ $a \cos A + c \cos C$

$\boxed{ウ}$ の選択肢
① $c^2 \sin^2 C$　② $b \sin A + a \sin B$　③ $b \cos A + a \cos B$
④ $a \sin A + b \sin B$　⑤ $a \cos A + b \cos B$

$\boxed{エ}$ の選択肢
① $(b^2+c^2)\sin A$　② $b^2+c^2+2bc \sin A$　③ $b^2+c^2+2bc \cos A$
④ $b^2+c^2-2bc \sin A$　⑤ $b^2+c^2-2bc \cos A$

$\boxed{\text{オ}}$の選択肢　①　正接　②　正弦　③　余弦　④　オイラーの多面体
⑤　メネラウスの

$\boxed{\text{カ}}$の選択肢　①　$\dfrac{\sqrt{3}(\sqrt{2}+1)}{8}$　②　$\dfrac{\sqrt{3}(\sqrt{2}-1)}{8}$　③　$\dfrac{\sqrt{6}}{3}$

④　$\dfrac{\sqrt{2}(\sqrt{3}+1)}{4}$　⑤　$\dfrac{\sqrt{2}(\sqrt{3}-1)}{4}$

4

次の各空欄 $\boxed{\text{ア}}$ ～ $\boxed{\text{カ}}$ に入る最も適切なものを、それぞれ①～⑤のうちから一つずつ選びなさい。

赤玉が4個、白玉が5個入っている箱から、玉を一つずつ取り出す試行を2回行うことを考える。このとき、以下の事象を定義する。

事象 A：1回目に取り出したのが赤玉

事象 B：2回目に取り出したのが白玉

事象 C：1回目と2回目に取り出したのが同色の玉

はじめに、一度取り出した玉は元に戻さないで次の玉を取り出す場合を考える。このとき、1回目に取り出したのが赤玉であったとき、2回目に取り出したのが白玉である条件付き確率 $P_A(B)$ は $\boxed{\text{ア}}$ である。そして、2回目に取り出したのが白玉であったとき、1回目に取り出したのが赤玉である条件付き確率 $P_B(A)$ は $\boxed{\text{イ}}$ である。

また、1回目と2回目に取り出したのが同色の玉であったとき、2回目に取り出したのが白玉である条件付き確率 $P_C(B)$ は $\boxed{\text{ウ}}$ である。

一方、取り出した玉は次の玉を取り出す前に箱に戻すことにした場合には、1回目の試行と2回目の試行は $\boxed{\text{エ}}$ であり、条件付き確率 $P_A(B)$ と $P_B(A)$ は、それぞれ、$\boxed{\text{オ}}$ と $\boxed{\text{カ}}$ である。

$\boxed{\text{ア}}$ の選択肢　① $\frac{1}{2}$　② $\frac{5}{8}$　③ $\frac{4}{9}$　④ $\frac{5}{9}$　⑤ $\frac{5}{18}$

$\boxed{\text{イ}}$ の選択肢　① $\frac{1}{2}$　② $\frac{5}{8}$　③ $\frac{4}{9}$　④ $\frac{5}{9}$　⑤ $\frac{5}{18}$

$\boxed{\text{ウ}}$ の選択肢　① $\frac{1}{2}$　② $\frac{5}{8}$　③ $\frac{4}{9}$　④ $\frac{5}{9}$　⑤ $\frac{5}{18}$

$\boxed{\text{エ}}$ の選択肢　① 互いに素　② 独立　③ 排反　④ 空事象
⑤ 補集合

$\boxed{\text{オ}}$ の選択肢　① $\frac{1}{2}$　② $\frac{5}{8}$　③ $\frac{4}{9}$　④ $\frac{5}{9}$　⑤ $\frac{5}{18}$

$\boxed{\text{カ}}$ の選択肢　① $\frac{1}{2}$　② $\frac{5}{8}$　③ $\frac{4}{9}$　④ $\frac{5}{9}$　⑤ $\frac{5}{18}$